

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«**Российский государственный гуманитарный университет**»  
(ФГБОУ ВО «РГГУ»)

ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ БЕЗОПАСНОСТИ  
Факультет информационных систем и безопасности  
Кафедра фундаментальной и прикладной математики

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИГР**  
**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

01.03.04 Прикладная математика

---

*Код и наименование направления подготовки/специальности*

Математика информационных сред

---

*Наименование направленности (профиля)/ специализации*

Уровень высшего образования: *бакалавриат*  
Форма обучения: *очная*

РПД адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями  
здоровья и инвалидов

Москва 2024

*МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИГР*

Рабочая программа дисциплины

Составитель:

канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики

*В.В.Славова*

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры

фундаментальной и прикладной математики

№ 8 от 20.03.2024

## Оглавление

1. Пояснительная записка.....	4
1.1. Цель и задачи дисциплины.....	4
1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций.....	4
1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	5
2. Структура дисциплины.....	5
3. Содержание дисциплины.....	5
4. Образовательные технологии.....	6
5. Оценка планируемых результатов обучения.....	7
5.1 Система оценивания.....	7
5.2 Критерии выставления оценки по дисциплине.....	7
5.3 Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.....	8
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....	12
6.1 Список источников и литературы.....	12
6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».....	13
6.3 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы.....	13
7. Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	13
8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов.....	13
9. Методические материалы.....	14
9.1 Планы практических занятий.....	14
Приложение 1. Аннотация рабочей программы дисциплины.....	18

## 1. Пояснительная записка

### 1.1. Цель и задачи дисциплины

**Цель дисциплины:** овладение теоретическими и практическими основами науки, приобретение навыков использования математической теории игр в возникающих реальных и практических задачах повседневной жизни.

**Задачи дисциплины:** обучить студентов структуре прикладного мышления; методам принятия решений в условиях определенности; методам принятия решений в условиях частичной неопределенности; методам принятия решений в условиях полной неопределенности; планированию хозяйственной деятельности; планированию финансовой деятельности; поведению людей и фирм в условиях конфликтов; научить студентов ориентироваться в современных проблемах таких областей, как планирование деятельности в условиях неопределенности, с учетом общих и частных предпочтений действующих субъектов; формировать стратегии и оценивать их эффективность; выполнять постановку и формализацию задач принятия решений в различных условиях; применять методы теории игр в экономической обстановке; работать в команде.

### 1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
ПК-2. Способен выделять, формулировать возникающие в результате самостоятельной научной деятельности или деятельности научных, производственных, административных учреждений задачи или подзадачи для решения текущих проблем	ПК-2.1. Владеет навыками работы с информационными системами.	<p><i>Знать:</i> основные математические сведения о двумерных функциях, имеющих седловую точку, принципы решения антагонистических матричных игр, способы классификации математических задач в теории игр; современные методы решения математических игровых задач, направления информатизации и автоматизации в задачах теории игр.</p> <p><i>Уметь:</i> решать задачи матричных игр (с использованием линейного программирования), конечных игр с непрерывной функцией выигрыша.</p> <p><i>Владеть:</i> навыками классификации игр по стратегиям и элементам, по множеству участвующих в нем действующих начал, называемых коалициями действия; семейству множеств стратегий каждой из коалиций действия; множеству ситуаций; множеству заинтересованных начал, называемых коалициями интересов; семейству отношений, выражающих предпочтения между ситуациями для коалиций интересов, а также изучения сложных систем и определения их сложности.</p>
	ПК-2.3. В совершенстве владеет методами передачи информации и применения пакетов прикладных программ.	<p><i>Знать:</i> основные математические сведения о двумерных функциях, имеющих седловую точку, принципы решения антагонистических матричных игр, способы классификации математических задач в теории игр; современные методы решения математических игровых задач, направления информатизации и автоматизации в задачах теории игр.</p> <p><i>Уметь:</i> решать задачи матричных игр (с</p>

		использованием линейного программирования), конечных игр с непрерывной функцией выигрыша. <i>Владеть:</i> навыками классификации игр по стратегиям и элементам, по множеству участвующих в нем действующих начал, называемых коалициями действия; семейству множеств стратегий каждой из коалиций действия; множеству ситуаций; множеству заинтересованных начал, называемых коалициями интересов; семейству отношений, выражающих предпочтения между ситуациями для коалиций интересов, а также изучения сложных систем и определения их сложности.
--	--	--

### 1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математическая теория игр» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений блока дисциплин учебного плана.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и владения, сформированные в ходе изучения следующих дисциплин (модулей): «Математический анализ», «Исследование операций».

В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для выполнения выпускных квалификационных работ, прохождения государственного экзамена.

### 2. Структура дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 академических часов.

#### Структура дисциплины для очной формы обучения

Объем дисциплины в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Семестр	Тип учебных занятий	Количество часов
7	Лекции	18
7	Практические занятия	24
Всего:		42

Объем дисциплины в форме самостоятельной работы обучающихся составляет 66 академических часов.

### 3. Содержание дисциплины

#### Тема 1. Матричные игры, чистые и смешанные стратегии

Задание игры как взаимодействия игроков А и В. Различные типы игр в зависимости от строения матрицы выигрышей, количества стратегий, количества игроков. Определение седловой точки матрицы выигрышей. Принцип доминирования стратегий игрока А и игрока В в антагонистической игре. Пример игры с матрицей, не обладающей седловой точкой. Смешанные стратегии в антагонистической игре. Формулировка теоремы Дж. Фон Неймана о решении антагонистической матричной игры.

Задание игры как взаимодействия игроков А и В, каждый из которых имеет в своем распоряжении  $m$  и  $n$  стратегий соответственно, в согласии с заданной матрицей выигрышей. Задание игры в нормальной форме.

Различные типы игр в зависимости от строения матрицы выигрышей, количества стратегий, количества игроков и т. д.

Примеры практических задач, решение которых сводится к модели антагонистической игры. Антагонистические игры с матрицей платежей  $A_{m \times n}$ . Принципы построения стратегий игроков, определение максиминной, минимаксной стратегий, цены игры. Определение седловой точки матрицы выигрышей. Принцип доминирования стратегий игрока А и игрока В в антагонистической игре. Пример игры с матрицей, не обладающей седловой точкой.

Смешанные стратегии в антагонистической игре. Случайная величина, значения которой – стратегии игрока А. Задание этой случайной величины вектором вероятностей стратегий  $A_1, A_2, \dots, A_M$  игрока А. Определение выигрыша игроков А и В в случае смешанных стратегий.

Определение пары оптимальных смешанных стратегий  $P^*, Q^*$  и цены игры.

Формулировка теоремы Дж. Фон Неймана о решении антагонистической матричной игры. Свойства оптимальных смешанных стратегий. Решение антагонистической матричной игры в смешанных стратегиях для матриц платежей размером  $2 \times n$  и  $n \times 2$ .

### **Тема 2. Антагонистические игры с бесконечным числом стратегий**

Определение седловой точки функции двух переменных. Задание игры с бесконечным числом стратегий. Пример функции двух переменных, у которой нет седловой точки. Что значит: решить игру? Условие существования решения игры. Смешанное расширение игры. Выигрыши игроков в смешанном расширении.

### **Тема 3. Конечные биматричные игры**

Задание биматричной игры с конечным числом стратегий. Равновесие по Нэшу в чистых стратегиях, в доминирующих стратегиях. Пример биматричной игры, не имеющей равновесия по Нэшу в чистых стратегиях.

Формулировка теорема Дж. Нэша о существовании решения биматричной игры в смешанных стратегиях. Определение стратегий, оптимальных по Парето.

Образование и взаимодействие коалиций. Принятие решений в условиях неопределенности, риска, неопределенности. Критерии Лапласа-Байеса, Вальда, Сэвиджа, Гурвица.

### **Тема 4. Позиционные игры**

Позиционные игры как процесс последовательного принятия решений.

Позиционные игры с полной информацией и с неполной информацией.

Дерево игры. Информационное множество. Графическое представление позиционной игры.

Нормализация позиционной игры как сведение позиционной игры к матричной игре.

Двухходовая и трехходовая позиционные игры.

Примеры практических (экономических) постановок задач, приводящих к антагонистическим играм. Примеры практических (экономических) постановок задач, приводящих к неантагонистическим играм.

## **4. Образовательные технологии**

Для проведения *занятий лекционного типа* по дисциплине применяются такие образовательные технологии как традиционная лекция, лекция-визуализация с применением слайд-проектора. Для проведения *практических занятий* используются такие образовательные технологии как: решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков.

В рамках *самостоятельной работы* студентов проводится консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты.

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

## 5. Оценка планируемых результатов обучения

### 5.1 Система оценивания

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль: - контрольная работа (темы 1-4)	15 баллов	60 баллов
Промежуточная аттестация - экзамен (итоговая контрольная работа)		40 баллов
<b>Итого за семестр</b>		<b>100 баллов</b>

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

### 5.2 Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A, B	отлично	<p>Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения.</p> <p>Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
82-68/ С	хорошо	Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей. Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе. Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».
67-50/ D,E	удовлетворительно	Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами. Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».
49-0/ F,FX	неудовлетворительно	Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.

### 5.3 Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

#### Текущий контроль

##### *Примерный вариант контрольной работы по теме 1:*

1. Опишите парную антагонистическую игру с конечным числом стратегий (стратегии, выигрыши), основные принципы взаимодействия игроков.

Что означают числа, стоящие в матрице выигрышей? Что такое: а) седловая точка для игры этого типа, пример? б) нижняя, верхняя цена игры, цена игры, пара равновесных стратегий, в) доминирующие стратегии игрока А, игрока В, пример. Что означает – решить игру? Как решать игру, если нет седловой точки? Что утверждает теорема Дж. фон Неймана (Ноймана)? Привести пример парной антагонистической игры с конечным числом стратегий, не обладающую седловой точкой. Как решать такую игру? Всегда ли существует решение антагонистической игры с конечным числом стратегий?

2. В системе противовоздушной обороны (ПВО) города могут применяться три типа средств поражения воздушной цели. У противника имеется два типа самолетов А и Б. При применении 1 типа средств поражения вероятность сбить самолет типа А равна 0,3, а вероятность сбить



самолет типа Б - 0,5 при применении второго типа средств поражения вероятность сбить самолет типа А равна 0,5 а вероятность сбить самолет типа Б - 0,3. При применении 3 типа средств поражения вероятность сбить самолет типа А равна 0,1, а вероятность сбить самолет типа Б - 0,6. Составьте теоретико-игровую модель предложенной ситуации (укажите игроков, стратегии, выигрыши, указать тип игры). Определите оптимальное распределение средств ПВО, обеспечивающее наибольшую вероятность поражения самолетов противника.

3. Решить антагонистическую игру с матрицей выигрышей

$$\begin{pmatrix} 8 & 9 & 0 & -1 \\ 9 & 10 & 1 & 0 \\ -3 & -1 & 3 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}.$$

### **Примерный вариант для контрольной работы по теме 2:**

1. Что такое седловая точка функции  $F(x, y)$ ,  $x \in X, y \in Y$ ? Необходимое и достаточное условие существования седловой точки функции  $F(x, y)$ . Седловая точка функции единственна или нет? Существуют ли случаи, когда у функции  $F(x, y)$  имеется более одной седловой точки? Верно ли, что у функции  $F(x, y)$  могут существовать 2 седловые точки? (да, нет) 3 седловые точки? (да, нет) 4 седловые точки? (да, нет). Привести пример непрерывной функции  $F(x, y)$ ,  $x \in [0, 1], y \in [0, 1]$ , у которой нет седловой точки.

2. Задана игра  $\Gamma = \left\{ X = [0, 1], Y = [0, 1], F(x, y) = 2x^2 - 3x \cdot y + 2y^2 \right\}$ . Решить игру.

### **Примерный вариант контрольной работы по теме 3:**

1. Описать биматричную игру с конечным числом стратегий. Что такое - пара стратегий, являющихся равновесием по Нэшу? Что такое - пара эффективных по Парето стратегий? Может ли пара стратегий в биматричной игре являться равновесием по Нэшу и одновременно быть эффективной по Парето? Привести примеры.

Может ли быть пара стратегий эффективной по Парето, но не быть равновесием по Нэшу? Привести примеры. Может ли у биматричной игры пара стратегий быть не единственным равновесием по Нэшу? Например, два равновесия по Нэшу могут существовать? А две пары стратегий могут быть эффективными по Парето или только единственная пара стратегий может быть эффективной по Парето?

2. Исследовать на равновесие по Нэшу в чистых и смешанных стратегиях и на оптимальность по Парето в чистых стратегиях

$$\begin{pmatrix} (5, 1) & (-1, -1) \\ (1, 1) & (1, 5) \end{pmatrix}.$$

3. Продавец на рынке торгует яблоками. Он может обвешивать на  $x$  граммов с килограмма каждого покупателя, а может и работать честно. Покупатель может проверить продавца и взвесить свою покупку на контрольных весах и в случае выявления обвеса потребовать возмещения понесенного ущерба и получить его, причем продавец заплатит еще и штраф в объеме обвеса, а может и не проверять. В том случае, когда недоверчивый покупатель проверит честно работающего продавца, он потеряет свое время, т.е. материально ущемит себя на  $\frac{x}{2}$  с каждого килограмма. Предложите теоретико-игровую модель задачи. Найдите оптимальное решение для каждого участника (оптимальную линию поведения), учитывая, что покупатель покупает  $m$  кг яблок.

**Примерный вариант контрольной работы по теме 4:**

1. Опишите позиционную игру («граф-дерево»), последовательность ходов, информационное множество. Чем отличается позиционная игра с полной информацией от позиционной игры с неполной информацией? Примеры. Что такое нормализация позиционной игры?

2. Игрок А делает первый ход: выбирает число  $x$  из двух чисел  $\{1, 2\}$ . Затем игрок В, зная выбор  $x$  игрока А, делает свой выбор числа  $y$  из чисел  $\{1, 2\}$ . 3 ход делает игрок А: не зная выбор игрока В на 2 ходе и забыв свой выбор на 1 ходе, он выбирает число  $z$  из множества двух чисел  $\{1, 2\}$ . После этого игрок А получает выигрыш = выплату **за счет игрока В**. Функция выплат  $W(x, y, z)$  игроку **за счет игрока В**

$$W(1, 1, 1) = 3, \quad W(1, 2, 1) = 11, \quad W(1, 1, 2) = 9, \quad W(1, 2, 2) = 5,$$

$$W(2, 1, 1) = 2, \quad W(2, 2, 1) = 6, \quad W(2, 1, 2) = 7, \quad W(2, 2, 2) = 8.$$

Нарисовать дерево игры, нарисовать информационные множества для игрока А и В, провести нормализацию позиционной игры, вычислить матрицу выигрышей и решить игру (антагонистическую).

3. Имеется кучка из 3 камней. Два игрока по очереди выбирают камни. За один ход разрешается либо взять любое положительное число камней, либо поделить эту кучку на две новые непустые кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Проигравший платит победителю 1 рубль. Нарисовать дерево игры, решить игру, перевести игру в матричную форму.

**Промежуточная аттестация**

**Примерные варианты итоговой контрольной работы:**

**Вариант 1**

1. Решить антагонистическую игру с матрицей выигрышей

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & -1 \\ 5 & -3 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Исследовать на равновесие по Нэшу в чистых и смешанных стратегиях и на оптимальность по Парето в чистых стратегиях

$$\begin{pmatrix} (5, 1) & (-1, -1) \\ (1, 1) & (1, 5) \end{pmatrix}.$$

3. Опишите парную антагонистическую игру с конечным числом стратегий (стратегии, выигрыши), основные принципы взаимодействия игроков. Что означают числа, стоящие в матрице выигрышей? Что такое: а) седловая точка для игры этого типа, пример? б) нижняя, верхняя цена игры, цена игры, пара равновесных стратегий, в) доминирующие стратегии игрока А, игрока В, пример. Что означает – решить игру? Как решать игру, если нет седловой точки? . Что утверждает теорема Дж. фон Неймана (Ноймана)?

4. Задана игра  $\Gamma = \left\{ X = [0, 1], Y = [0, 1], F(x, y) = 2x^2 - 3x \cdot y + 2y^2 \right\}$  Решить игру.

5. Имеется кучка из 3 камней. Два игрока по очереди выбирают камни.

За один ход разрешается либо взять любое положительное число камней, либо поделить эту кучку на две новые непустые кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Проигравший платит победителю 1 рубль. Нарисовать дерево игры, решить игру, перевести игру в матричную форму.

### **Вариант 2**

1. Описать биматричную игру с конечным числом стратегий. Что такое - пара стратегий, являющихся равновесием по Нэшу? Что такое - пара эффективных по Парето стратегий? Может ли пара стратегий в биматричной игре являться равновесием по Нэшу и одновременно быть эффективной по Парето? Привести примеры.

Может ли быть пара стратегий эффективной по Парето, но не быть равновесием по Нэшу? Привести примеры. Может ли у биматричной игры пара стратегий быть не единственным равновесием по Нэшу? Например, два равновесия по Нэшу могут существовать? А две пары стратегий могут быть эффективными по Парето или только единственная пара стратегий может быть эффективной по Парето?

2. В системе противоздушной обороны (ПВО) города могут применяться три типа средств поражения воздушной цели. У противника имеется два типа самолетов А и Б. При применении 1 типа средств поражения вероятность сбить самолет типа А равна 0,3, а вероятность сбить самолет типа Б - 0,5 при применении второго типа средств поражения вероятность сбить самолет типа А равна 0,5 а вероятность сбить самолет типа Б - 0,3. При применении 3 типа средств поражения вероятность сбить самолет типа А равна 0,1, а вероятность сбить самолет типа Б - 0,6.

Составьте теоретико-игровую модель предложенной ситуации (укажите игроков, стратегии, выигрыши, указать тип игры). Определите оптимальное распределение средств ПВО, обеспечивающее наибольшую вероятность поражения самолетов противника.

3. Исследовать на равновесие по Нэшу в чистых и смешанных стратегиях и на оптимальность по Парето в чистых стратегиях

$$\begin{pmatrix} (8, 2) & (0, 0) \\ (4, 4) & (2, 8) \end{pmatrix}.$$

4. Как найти пару равновесных по Нэшу стратегий в экономической модели дуополии Курно, т.е. в экономической модели сосуществования на рынке двух фирм, производящих одинаковый продукт в разных объемах  $q_1$  и  $q_2$  соответственно?

Ответ на вопрос выстроить по плану: а) экономическая постановка задачи, б) теоретико-игровая модель этой задачи, в) поиск равновесия по Нэшу методами теории игр.

5. Игрок А делает первый ход: выбирает число  $x$  из двух чисел  $\{1, 2\}$ . Затем игрок В, зная выбор  $x$  игрока А, делает свой выбор числа  $y$  из чисел  $\{1, 2\}$ . 3 ход делает игрок А: не зная выбор игрока В на 2 ходе и забыв свой выбор на 1 ходе, он выбирает число  $z$  из множества двух чисел  $\{1, 2\}$ . После этого игрок А получает выигрыш = выплату **за счет игрока В**. Функция выплат  $W(x, y, z)$  игроку **за счет игрока В**

$$W(1, 1, 1) = 3, W(1, 2, 1) = 11, W(1, 1, 2) = 9, W(1, 2, 2) = 5,$$

$$W(2, 1, 1) = 2, W(2, 2, 1) = 6, W(2, 1, 2) = 7, W(2, 2, 2) = 8.$$

Нарисовать дерево игры, нарисовать информационные множества для игрока А и В, провести нормализацию позиционной игры, вычислить матрицу выигрышей и решить игру (антагонистическую).

### **Вариант 3**

1. К туристу (А) подходит незнакомец (В) и предлагает сыграть в игру «Орел-Решка»: если у А – «орел», а у В – «решка», А получает 30 ед. местной валюты; если у А – «решка», а у В – «орел», то А получает от В всего 10 ед. местной валюты. Если выборы игроков совпадут, то А выплачивает В 20 ед. Действительно ли игра - честная? Станете ли Вы в нее играть (ответьте, вначале не опираясь на теоретико-игровое обоснование)? Как будет влиять на Ваше решение количество партий в этой игре? Рассмотрите два варианта игры: а) когда выбор стратегии определяется игроками самостоятельно б) когда выбор стратегий определяется по случайному подбрасыванию монеты?

2. Игрок В прячет предмет в одну из 4 ячеек. Игрок А ищет предмет в этих ячейках, и находит предмет в ячейке с номером  $i$ ,  $i = 1, \dots, 4$  с вероятностью  $\beta_i$ ,  $0 \leq \beta_i \leq 1$ , при условии, что он там находится, причем затрачивает на поиск предмета средства в объеме  $\lambda_i$ ,  $0 < \lambda_i$ . Если предмет найден, то игрок А получает от игрока В сумму, равную  $\alpha$ .  
Описать эту задачу как игру: указать тип игры, стратегии, выигрыши игроков.

3. Задана игра  $\Gamma = \{X = [0, 1], Y = [0, 1], F(x, y) = y^3 - 3x \cdot y + x^3\}$ .

Найти  $\underline{v}, \bar{v}$ , максиминную и минимаксную стратегии и сделать вывод, есть ли решение у этой игры.

4. Биматричная игра задана биматрицей платежей.

$$\begin{pmatrix} (2, -7) & (4, -4) & (-3, 3) & (7, 8) \\ (5, -2) & (3, 4) & (4, -4) & (-4, 5) \\ (5, 7) & (8, 6) & (1, 0) & (1, 3) \\ (3, 5) & (4, -2) & (6, 0) & (2, 1) \end{pmatrix}$$

Найти в этой игре равновесные по Нэшу ситуации в чистых стратегиях.

Провести доминирование и опять найти равновесные ситуации.

5. Дать решение антагонистической игры с матрицей платежей

$$\begin{pmatrix} -2 & -3 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \\ -4 & 2 & -2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

если оно существует.

6. На столе лежит две кучки спичек, в одной 6, в другой 3 спички. Игроки ходят по очереди. За один ход можно взять любое число спичек (1, 2, 3...) из любой кучки. (по выбору игрока). Кто не может сделать ход (спичек не осталось), тот проигрывает. Представить ситуацию в виде игры. Как выиграть?

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 6.1 Список источников и литературы

#### Литература

##### Основная

1. Вентцель Е. С. Исследование операций: задачи, принципы, методология : [учеб. пособие для студентов вузов] / Е. С. Вентцель. - Изд. 4-е, стер. - М.: Высш. шк., 2007. - 206 с.

2. Математические методы и модели исследования операций: учебник для студентов вузов/ [Колемаев В. А. и др.] ; под ред. В. А. Колемаева. - М.: ЮНИТИ, 2008. - 591 с.
3. Колобашкина Л. В. Основы теории игр: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению 231300 - Прикладная математика / Л. В. Колобашкина. - 3-е изд., испр. и доп. - Москва: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2019. - 195 с.
4. Шагин В. Л. Теория игр: Учебник и практикум / В. Л. Шагин. - 2-е изд. - Электрон. дан. - Москва: Издательство Юрайт, 2019. - 223. - (Авторский учебник). - Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru>. - ISBN 978-5-534-03263-5
5. Шиловская, Н. А. Теория игр : учебник и практикум для вузов / Н. А. Шиловская. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 318 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8264-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/537322> .
6. Набатова, Д. С. Математические и инструментальные методы поддержки принятия решений : учебник и практикум для вузов / Д. С. Набатова. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 292 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02699-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511200> .

#### *Дополнительная*

1. Шикин Е. В. Математические методы и модели в управлении : учеб. пособие для студентов упр. специальностей вузов / Е. В. Шикин, А. Г. Чхартишвили ; МГУ им. М.В. Ломоносова. - [3-е изд.]. - М. : Дело, 2004. - 437 с. : рис., табл. - (Классический университетский учебник). - На тит. л. и обл. также: МГУ им. М.В. Ломоносова 250 лет. - ISBN 5-7749-0374-5 : 211. +2002, 2000
2. Семенов, В. А. Математические методы в гуманитарных исследованиях : учебное пособие для вузов / В. А. Семенов, В. А. Макаридина. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 250 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-15194-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/540532> .

## **6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».**

Электронная библиотека для вузов и ссузов.- [biblio-online.ru](http://biblio-online.ru)  
 Национальная электронная библиотека (НЭБ) [www.rusneb.ru](http://www.rusneb.ru)  
 ELibrary.ru Научная электронная библиотека [www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru)

## **6.3 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы**

Доступ к профессиональным базам данных: <https://liber.rsuh.ru/ru/bases>

Информационные справочные системы:

1. Консультант Плюс
2. Гарант

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Для обеспечения дисциплины используется материально-техническая база образовательного учреждения: учебные аудитории, оснащённые доской, компьютером или ноутбуком, проектором (стационарным или переносным) для демонстрации учебных материалов.

Состав программного обеспечения:

1. Windows

2. Microsoft Office
3. Kaspersky Endpoint Security

## **8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или могут быть заменены устным ответом; обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс; для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств; письменные задания оформляются увеличенным шрифтом; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

- для глухих и слабослышащих: лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования; письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме; экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих: в печатной форме увеличенным шрифтом, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.

- для глухих и слабослышащих: в печатной форме, в форме электронного документа.

- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих: устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE; дисплеем Брайля PAC Mate 20; принтером Брайля EmBraille ViewPlus;

- для глухих и слабослышащих: автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих; акустический усилитель и колонки;

• для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1; компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

## 9. Методические материалы

### 9.1 Планы практических занятий

#### Тема 1. Матричные игры, чистые и смешанные стратегии.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков.

*Примерные задачи для решения:*

1. Игроки А и В выбирают целые числа  $i$  и  $j$  из множества  $\{1, \dots, n\}$ , при этом игрок А выигрывает у игрока В величину  $|i - j|$ . Определить тип игры. Написать матрицу выигрышей.
2. Исследовать матрицы выигрышей на наличие седловой точки для антагонистической игры

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 & 3 \\ 5 & 3 & 6 & 6 \\ 4 & 3 & -1 & 4 \\ 5 & 1 & -2 & 7 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 8 & 5 & 0 & 3 \\ 4 & 6 & -1 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \\ 6 & 7 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$

3. Решить игру с матрицей выигрышей: 1)  $\begin{pmatrix} 10 & -2 \\ 1 & 8 \end{pmatrix}$ , 2)  $\begin{pmatrix} 6 & -3 & 5 & -2 \\ 8 & -2 & 7 & 0 \\ -2 & 6 & -4 & 7 \\ 1 & 2 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -5 & 6 \end{pmatrix}$ .

4. Армия А, имеющая один самолет, может направить его в атаку на одну из трех целей. Армия В, обладающая единственным зенитным орудием, может установить его для одной из возможных целей. Если цель не защищена, она при атаке разрушается. Ценность целей составляет  $3 \cdot 10^8$ ,  $2 \cdot 10^8$ ,  $1 \cdot 10^8$  соответственно. А стремится максимизировать ущерб от нападения, а В стремится его минимизировать. Постройте теоретико-игровую модель задачи.

#### Тема 2. Антагонистические игры с бесконечным числом стратегий.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков.

*Примерные задачи для решения:*

1. Описать прямое произведение множеств А и В:  $A \times B$ , где
  - 1),  $B = \{a, p\}$ , 2)  $A = [0, 1]$ ,  $B = [-2, 1]$ . (2 б)
  - 3),  $B = \{\mu, \sigma, \omega\}$ , 4)  $A = [0, 1] \cup [3, 5]$ ,  $B = [-2, 1]$
2. Решить бесконечную антагонистическую игру  $\Gamma = \langle X = [0, 1], Y = [0, 1], F(x, y) \rangle$ , где
  - 1)  $F(x, y) = x + y$ , 2)  $F(x, y) = x - y$ , 3)  $F(x, y) = y - x$ , 4)  $F =$ .

#### Тема 3. Биматричные игры.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков.

*Примерные задачи для решения:*

1. Исследовать на равновесие по Нэшу в чистых и смешанных стратегиях и на оптимальность

по Парето в чистых стратегиях  $\left( \begin{array}{cc} (8, 2) & (0, 0) \\ (4, 4) & (2, 8) \end{array} \right)$ ,

	$B_1$	$B_2$	$B_3$
$A_1$	(2, 3)	(6, 1)	(3, 2)
$A_2$	(7, 2)	(1, 5)	(4, 1)
$A_3$	(1, 4)	(5, 1)	(6, 3)
$A_4$	(8, 6)	(1, 2)	(6, 1)

2. На рынке присутствуют две фирмы с одинаковой продукцией и одинаковым товарным объемом  $V$ . Каждая фирма может выбросить на рынок либо полный объем продукции, либо  $0.5 V$ . Если одна фирма выбрасывает полный объем продукции  $V$ , а другая фирма выбрасывает  $0.5 V$ , то первая получает полный объем прибыли -100%, а другая фирма получает только 30% прибыли. Если обе фирмы выбрасывают полный объем продукции, то получают по 15% прибыли. Если обе фирмы выбрасывают по  $0.5 V$ , то обе получают по 50% запланированной прибыли.

Представить теоретико-игровую модель задачи.

### 3. ИЗБИРАТЕЛЬНЫЕ БЛОКИ

В городе  $N$  формируется два избирательные блока для представления в Законодательное собрание. Каждый из блоков может выбрать одну из трех ориентаций:

«Правая» (П), «Левая» (Л), «Экологическая» (Э). Обычно правая ориентация привлекает 30% избирателей, левая – аналогично, 50%, экологическая – 20% избирателей.

Если блоки выбирают одинаковые ориентации, то голоса, соответственно, делятся поровну. Если блоки выбирают разную ориентацию, то каждый получит свою долю голосов. Цель блока; получить максимально возможное количество голосов.

Представить теоретико-игровую модель задачи.

4. Фирма может выпускать высококачественный, но дорогой товар и продавать его по цене  $p$ , или более дешевый по цене  $m$ , но со значительно худшим качеством. Покупатель может покупать второсортный товар по цене, который быстро выходит из строя и приходится покупать аналогичный товар по цене  $M$  или не покупать товар этой фирмы. Представьте эту ситуацию в виде игры и предложите оптимальное решение.

### Тема 4. Позиционные игры.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков.

*Примерные задачи для решения:*

1. Игрок А выбирает одно из чисел 1 и 2, затем игрок В, не зная результат выбора А, выбирает одно из чисел 1 и 2. После игрока В игрок А, зная выбор В, и забыв свой выбор на 1 шаге,

выбирает одно из чисел 1 и 2. После 3 шага игроки А и В получают выигрыши

$$W(1,1,1) = -2, W(1,1,2) = 4, W(1,2,1) = 1, W(1,2,2) = -4, W(2,1,1) = 3,$$

$$W(2,1,2) = 0, W(2,2,1) = -3, W(2,2,2) = 5$$

Нарисовать граф игры, указать информационные множества. Провести нормализацию игры, т.е. определить стратегии игроков А, В, выписать биматрицу выигрышей, провести ее исследование в чистых стратегиях на равновесие по Нэшу, оптимальность по Парето.

2. Первый ход производится случайно: игрок  $\Omega$  выбирает число 1 или 2 с равными вероятностями. Второй ход делает игрок А: выбирает одно из чисел 1 и 2, не зная результат выбора на предыдущем ходе. Третий ход делает игрок В: он знает результат выбора в первом ходе, не зная результат выбора А, выбирает одно из чисел 1 и 2.

После 3 шага игроки А и В получают выигрыши

$$W(1,1,1) =, W(1,1,2) = W(1,2,1) = W(1,2,2) = W(2,1,1) = W(2,1,2) = W(2,2,1) = W(2,2,2) =$$



Нарисовать граф игры, указать информационные множества. Провести нормализацию игры, т.е. определить стратегии игроков А, В, выписать биматрицу выигрышей.

3. Первый ход производится случайно: игрок  $\Omega$  выбирает число  $x=1$  с вероятностью  $p=0,3$  или  $x=2$  с вероятностью  $p=0,2$ . Если  $x=1$ , то на втором ходе игрок А: выбирает число  $y$  из чисел 1 и 2, а на третьем ходе игрок В выбирает число  $z$  из чисел 1 и 2, не зная  $y$ , но зная  $x$ . Если  $x=2$ , то на втором ходе игрок В выбирает число  $y$  из чисел 1 и 2, зная результат случайного выбора на первом ходе, а на третьем ходе игрок А выбирает число  $z$  из множества чисел 1 и 2, зная  $x$ , но не зная  $y$ .

Игроки А и В получают выигрыши

$$W(1,1,1) =, W(1,1,2) = W(1,2,1) = W(1,2,2) = W(2,1,1) = W(2,1,2) = W(2,2,1) = W(2,2,2) =$$

Нарисовать граф игры, указать информационные множества. Провести нормализацию игры, т.е. определить стратегии игроков А, В, выписать биматрицу выигрышей.

4. В куче 20 камней. Двое по очереди берут из кучи по одному или по два камня по своему выбору. Проигрывает тот, кому нечего брать. Как выиграть? А если в куче 21 камень?

5. а) Имеются две кучки конфет, в них: -20 и 21 конфета. Двое играют так: за один ход нужно съесть одну кучку, а другую поделить на две необязательно равные кучки.

Проигрывает тот, кто не сможет сделать очередной ход. Как выиграть?

б) Имеются две кучки конфет, в них: -  $m$  и  $n$  конфет. Двое играют так: за один ход нужно съесть одну кучку, а другую поделить на две необязательно равные кучки.

Проигрывает тот, кто не сможет сделать очередной ход. Как выиграть?

6. На рынке имеются две фирмы А и В. Фирма А - лидер в этой области, она принимает решение рекламировать некоторый товар. Другая фирма В принимает решение рекламировать свой аналогичный товар, **имея впереди** фирму А.

Если фирма А рекламирует свой товар, а **вслед за ней** фирма В также рекламирует свой товар, то выигрыши фирма А и В равны 40 и 30. Если А рекламирует свой товар, а В не рекламирует, то выигрыши А и В, соответственно, 70 и 25.

Если А не рекламирует свой товар, а В, зная этот факт, рекламирует свой, то выигрыши А и В, соответственно, равны 60 и 40.

В случае, когда А не рекламирует свой товар, и, зная это, В также не рекламирует свой товар, выигрыши А и В, соответственно, равны 80 и 45.

Построить модель позиционной игры и провести нормализацию. \_

## АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Математическая теория игр» реализуется на факультете информационных систем и безопасности кафедрой фундаментальной и прикладной математики.

Цель дисциплины: овладение теоретическими и практическими основами науки, приобретение навыков использования математической теории игр в возникающих реальных и практических задачах повседневной жизни.

Задачи: обучить студентов структуре прикладного мышления; методам принятия решений в условиях определенности; методам принятия решений в условиях частичной неопределенности; методам принятия решений в условиях полной неопределенности; планированию хозяйственной деятельности; планированию финансовой деятельности; поведению людей и фирм в условиях конфликтов; научить студентов ориентироваться в современных проблемах таких областей, как планирование деятельности в условиях неопределенности, с учетом общих и частных предпочтений действующих субъектов; формировать стратегии и оценивать их эффективность; выполнять постановку и формализацию задач принятия решений в различных условиях; применять методы теории игр в экономической обстановке; работать в команде.

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

- ПК-2.Способен выделять, формулировать возникающие в результате самостоятельной научной деятельности или деятельности научных, производственных, административных учреждений задачи или подзадачи для решения текущих проблем.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

*Знать:* основные математические сведения о двумерных функциях, имеющих седловую точку, принципы решения антагонистических матричных игр, способы классификации математических задач в теории игр; современные методы решения математических игровых задач, направления информатизации и автоматизации в задачах теории игр.

*Уметь:* решать задачи матричных игр (с использованием линейного программирования), конечных игр с непрерывной функцией выигрыша.

*Владеть:* навыками классификации игр по стратегиям и элементам, по множеству участвующих в нем действующих начал, называемых коалициями действия; семейству множеств стратегий каждой из коалиций действия; множеству ситуаций; множеству заинтересованных начал, называемых коалициями интересов; семейству отношений, выражающих предпочтения между ситуациями для коалиций интересов, а также изучения сложных систем и определения их сложности.

Рабочей программой предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости в форме контрольных работ, промежуточная аттестация в форме экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

## Приложение 2

**ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ<sup>1</sup>**

№	Текст актуализации или прилагаемый к РПД документ, содержащий изменения	Дата	№ протокола

---

<sup>1</sup> Для ОП ВО магистратуры изменения только за 2020 г.